Równania stosowane w obliczaniu mocy generowanej przez elektrownię wiatrową

Potencjalną moc strumienia wiatru P (w polu zakreślanym przez wirnik elektrowni) można obliczyć ze wzoru:

$$P = \frac{\rho \cdot A \cdot v^3}{2}$$

gdzie:

P – moc, W,

r – gęstość powietrza, kg/m^3,

A – powierzchnia zakreślana przez wirnik, m^2,

v – prędkość wiatru, m/s.

Niestety jedynie część obliczonej z powyższego wzoru mocy strumienia powietrza w polu wirnika da się wykorzystać. Dopiero po uwzględnieniu kilku dodatkowych zmiennych mających znaczny wpływ na uzyskiwaną moc, otrzymujemy praktyczny wzór na rzeczywistą moc turbiny wiatrowej P_{rzecz} :

$$P_{rzecz} = \frac{\rho \cdot A \cdot C_p \cdot v^3 \cdot N_g \cdot N_b}{2}$$

gdzie:

r – gęstość powietrza, kg/m^3,

A – powierzchnia zakreślana przez wirnik, prostopadła do wiatru, m^2,

C_p -współczynnik efektywności (maksymalną osiągalną w teorii wartością tego współczynnika jest 0.59; w praktyce wartość ta nie przekracza 0,35),

v – prędkość wiatru, m/s,

N_g -sprawność generatora (dla alternatora samochodowego

przyjmuje się 50 %, dla nowoczesnych konstrukcji generatorów ich sprawność wynosi powyżej 80 %),
N_b -sprawność przekładni (skrzyni biegów); jeżeli przekładnia jest dobra to jej sprawność może osiągać wartości nawet powyżej 95 %).

Obliczanie mocy generowanej przez elektrownię wiatrową opiera się na fundamentalnych zasadach fizyki opisujących energię kinetyczną wiatru oraz sprawność urządzeń przetwarzających tę energię na energię elektryczną. Moc wiatrowa zależy zarówno od właściwości przepływu powietrza, jak i parametrów technicznych turbiny. Aby zrozumieć matematyczne podstawy funkcjonowania elektrowni wiatrowej, konieczne jest przeanalizowanie kilku kluczowych równań opisujących energię kinetyczną strumienia powietrza, moc teoretyczną, moc realną oraz efektywność turbiny, a także wpływ prędkości wiatru i gęstości powietrza na ilość wytwarzanej energii. Równania te stanowią podstawę projektowania farm wiatrowych, optymalizacji pracy turbin oraz prognoz generacji energii w systemach elektroenergetycznych.

Pierwszym krokiem jest sformułowanie równania opisującego energię kinetyczną powietrza. Energia kinetyczna ruchomej masy powietrza dana jest wzorem:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

gdzie (m) oznacza masę powietrza, a (v) jego prędkość. W kontekście turbiny wiatrowej analizuje się jednak nie masę jednorazową, lecz przepływ masy powietrza przez powierzchnię zakreśloną przez łopaty turbiny w jednostce czasu. Masa przepływającego powietrza wyrażana jest jako iloczyn gęstości powietrza, powierzchni przekroju wirnika oraz prędkości wiatru, co prowadzi do formuły dla mocy teoretycznej strumienia powietrza. Masa powietrza przepływająca przez powierzchnię (A) w jednostce czasu ma postać:

[\dot{m} = \rho A v]

gdzie ρ oznacza gęstość powietrza, a $A = \pi r^2$ to powierzchnia zakreślona przez wirnik turbiny. Podstawiając tę zależność do równania energii kinetycznej w czasie, otrzymujemy wzór na teoretyczną moc zawartą w wietrze:

$$P_{wiatr} = \frac{1}{2} \rho A v^3$$

Warto zwrócić uwagę, że prędkość wiatru znajduje się w trzeciej potędze, co oznacza, że nawet niewielkie zmiany prędkości prowadzą do bardzo dużych różnic w generowanej mocy. Przykładowo, dwukrotny wzrost prędkości wiatru skutkuje ośmiokrotnym wzrostem dostępnej mocy. To zjawisko tłumaczy, dlaczego farmy wiatrowe lokalizuje się w miejscach o wysokiej i stabilnej wietrzności oraz dlaczego precyzyjne modelowanie prędkości wiatru ma kluczowe znaczenie dla oceny wydajności instalacji wiatrowych.

Nie cała energia zawarta w wietrze może zostać przekształcona w energię mechaniczną turbiny. Wynika to z fundamentalnego ograniczenia zwanego **limitem Betza**, który określa maksymalną teoretyczną sprawność turbiny wiatrowej. Zgodnie z nim, żadna turbina nie może pozyskać więcej niż 59,3% energii kinetycznej wiatru. Współczynnik Betza oznaczamy symbolem $C_B = 0.593$. Oznacza to, że rzeczywista moc turbiny wiatrowej wyraża się równaniem:

$$P_{turbina} = \frac{1}{2} \rho A v^3 C_p$$

gdzie C_p jest współczynnikiem sprawności turbiny, określającym, jaka część energii teoretycznej zostaje zamieniona na energię mechaniczną. Wartość C_p zależy od konstrukcji turbiny, warunków eksploatacyjnych oraz systemów sterowania kątem nachylenia łopat, zwykle osiągając maksymalne wartości w zakresie 0.45–0.50 dla najlepszych współczesnych konstrukcji. Przykładowo turbina o powierzchni wirnika $A = 5000 \ \text{m}^2$, gęstości powietrza $\rho = 1.225 \ \text{kg/m}^3$ i prędkości wiatru 10 m/s, przy $C_p = 0.5$, teoretycznie wygeneruje moc rzędu kilku megawatów.

Kolejnym ważnym równaniem jest zależność pomiędzy średnią mocą turbiny a rozkładem prędkości wiatru. Ponieważ wiatr nie wieje cały czas z jednakową prędkością, stosuje się statystyczne modele opisujące rozkład prędkości wiatru, najczęściej rozkład Weibulla. Jego równanie opisujące prawdopodobieństwo wystąpienia danej prędkości wiatru ma postać:

$$f(v) = \left(\frac{k}{c}\right)\left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} e^{-(v/c)^k}$$

gdzie (k) jest parametrem kształtu, a (c) parametrem skali. Rozkład Weibulla pozwala oszacować średnią moc produkowaną przez turbinę w danej lokalizacji, uwzględniając zmienność wiatru, co jest kluczowe dla projektowania farm wiatrowych oraz prognoz ekonomicznych.

Ostateczna moc elektryczna turbiny zależy również od sprawności generatora i układu przekształtnikowego, więc pełny zapis uwzględniający wszystkie straty przyjmuje postać:

$$P_{el} = \frac{1}{2}\rho A v^3 C_p \eta$$

gdzie (\eta) oznacza ogólną sprawność układów mechanicznych i elektrycznych turbiny, obejmującą generator, przekładnię oraz systemy sterowania. W nowoczesnych turbinach sprawność ta przekracza 90%, co podkreśla wysoki poziom zaawansowania technologicznego sektora energetyki wiatrowej. Wraz z postępem technologicznym coraz powszechniejsze stają się systemy bezprzekładniowe, oparte na generatorach synchronicznych o dużej średnicy, co wpływa na zmniejszenie strat mechanicznych i obniżenie kosztów serwisowych.

Równania opisujące moc turbiny wiatrowej stanowią fundamentalny element matematycznego modelowania systemów energetycznych, oceny zasobów wiatrowych i analizy opłacalności inwestycji w energetykę wiatrową. Poprzez zrozumienie zależności pomiędzy parametrami atmosferycznymi a

możliwościami technologicznymi turbin możliwe jest optymalne projektowanie farm wiatrowych, prognozowanie produkcji energii oraz zwiększanie udziału energii odnawialnej w systemach elektroenergetycznych. Te matematyczne narzędzia stały się podstawą współczesnych programów symulacyjnych stosowanych przez inżynierów i analityków energetycznych, a ich praktyczne wykorzystanie przyczynia się do efektywnego i zrównoważonego rozwoju globalnej energetyki wiatrowej.

Jeśli potrzebujesz pomocy w napisaniu pracy z zakresu ochrony środowiska, to polecamy serwis pisanie prac - prace z ekologii i innych kierunków pisane na (prawie) każdy temat.